

Improved estimation of matrix of normal mean and eigenvalues in the multivariate F-distribution

著者	Konno Yoshihiko
内容記述	Thesis (Ph.D. in Science)--University of Tsukuba, (B), no. 801, 1992.7.31
発行年	1992
URL	http://hdl.handle.net/2241/5187

氏 名(本 籍) ^{こん} 今 ^の 野 ^{よし} 良 ^{ひこ} 彦 (愛 知 県)

学 位 の 種 類 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 博 乙 第 801 号

学位授与年月日 平成 4 年 7 月 31 日

学位授与の要件 学位規則第 5 条第 2 項該当

審 査 研 究 科 数 学 研 究 科

学 位 論 文 題 目 Improved estimation of matrix of normal mean and
eigenvalues in the multivariate F-distribution
(正規分布の平均行列と多変量 F 分布の固有根の改良された推定)

主 査 筑波大学教授 理学博士 杉 浦 成 昭

副 査 筑波大学教授 理学博士 赤 平 昌 文

副 査 筑波大学教授 理学博士 神 田 護

副 査 筑波大学教授 理学博士 佐 々 木 建 昭

論 文 の 要 旨

U が尺度母数行列 Δ をもつ p 変量 F 分布に従うとき Δ の推定問題を 2 乗損失関数 $\text{tr}(\hat{\Delta}\Delta^{-1} - I)^2$ 又はエントロピー損失関数 $\text{tr}(\hat{\Delta}\Delta^{-1}) - \log \det(\hat{\Delta}\Delta^{-1}) - p$ のもとで考える。通常の推定量は U の定数倍のうちで危険関数を最小にするものである。これに対して著者はまず Haff (1979, J. Multivariate. Anal.) が求めた部分積分に関する Wishart 等式に対応して、F 等式を導くことにより、U の精密な 2 次までの積率を求め、直交不変な推定量のなかで Haff 型, Perron 型, Gupta 型推定量の危険関数の上界に対する不偏推定量を導き通常の推定量を改良する共変推定量の族を定めることに成功した。特に U が 2 次元の多変量 F 分布に従うとき求めた Perron 型, Gupta 型の改良推定量はエントロピー損失関数のもとでミニマックスになることを証明した。

次に著者は多変量正規分布の平均行列の推定問題を同じ立場から扱っている。X (mxp) を正規分布 $N_{mp}(B, I \otimes \Sigma)$ に従う確率行列、S を X とは独立に Wishart 分布 $W_p(n, \Sigma)$ に従う正値対称行列とすると、X, S を基に平均行列 B を推定することを考える。損失関数として二乗損失 $\text{tr}\Sigma^{-1}(\hat{B} - B)(\hat{B} - B)$ を採用する。この問題は多変量線形仮説の標準形にもなっていて応用が広い。この時通常よく使われる B の推定量は、B の最尤推定量 X でありこれはまた B の最良アツフィン共変推定量にもなっている。この推定量は S を含んでいない。この場合 S は局外母数 Σ を推定するのに使われるだけである。これに対して著者は X と S を用いた推定量として尺度変換および直交行列群に依る変換で共変な推定量のある滑らかな族を考えその危険関数の不偏推定量を具体的に $X'XS^{-1}$ の固有根のみで表現することに成功し、求めた不偏推定量を上から評価することにより最良アツ

フィン共変推定量を一様に改良する共変推定量の族を確定した。これらは1次元の場合の Baran-chik 型や Lin 型の改良共変縮小推定量の自然な多変量への拡張になっている。さらに著者はより広い共変推定量の族として $X'X$ および S の固有根のみに依存する推定量をとりあげ Stein 型や Efron-Morris 型の改良共変縮小推定量がさらに改良できることを示した。

審 査 の 要 旨

従来これら多変量の問題は分布が複雑なため、大標本理論を用いて漸近展開するか、積率を用いて分布をより簡単なもので近似するか、不偏推定量のうちで一部評価しにくい項を無視して危険関数を近似的に評価し比較してきた。正確に危険関数を評価した改良推定量が求められるようになったのは比較的最近のことである。

さて著者が行った第1の問題は本来から言えば2つの正規母集団の共分散行列 Σ_1, Σ_2 について $\Sigma_1 \Sigma_2^{-1}$ またはその固有根を推定することにある。2つの行列の積が交換可能でないためこの問題を扱うことの困難さを避けてF分布から出発し問題を簡単化して解を得ているがそのためやや実用性に欠けるきらいがある。しかし現在のところこの問題の研究の流れはこの定式化で動いており、現状での最新のテクニックを駆使して改良推定量を求めているところが評価できる。第2の問題は従来個々に求められていた改良推定量を一般的に固有根の関数で不偏推定量を表現し統一的に改良推定量を求める方法を確立したところが高く評価できる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。